Indholdsfortegnelse

$$D+A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & -2\\ 3 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1+(-1)\\ 2+0 & -2+2\\ 3+3 & 0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 0\\ 6 & 1\end{pmatrix}$$

Gange heltal på en matrix

- Rækkefølgen er ligegyldig når man ganger et heltal på en matrix (ligesom ved normale tal)

$$4A = A4$$

- Eksempel:

$$4A=4\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4*1 & 4*(-1)\\ 4*0 & 4*2\\ 4*3 & 4*1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & -4\\ 0 & 8\\ 12 & 4\end{pmatrix}$$

Gange to matricer sammen

- Rækkefølgen er vigtigt når man ganger to matricer sammen (modsat ved normaletal)

- Før man ganger to matricer sammen, skal man tjekke om man overhovedet kan gøre det, det gør man ved:
  - Antallet af søjler i den første matrix skal være lig med antallet af rækker i den anden.
    - Eksempelvis:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix} \text{ og } B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

A-matrixen har dimensionerne 3x2 og B-matrixen har dimensionerne 2x3. Da A matrixen har det samme antal af søjler som B matrixen har rækker (de røde tal), eksisterer *produktmatricen* og den har dimensionerne 3x3 (grønne tal).

- Når man har tjekket ovenstående og produktmatricen eksisterer kan man udregne produktet. Ved at gange første række i den første matrice med første række i den anden matrice og lægge de to produkter sammen, får man indgangen 1.1 i produktmatricen. For at udregne resten fortsætter man på samme måde og udvikler langs række / søjle.
  - Eksempelvis:

$$AB=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\\ 3 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1*1+1*1 & 1*2+1*2 & 1*3+1*3\\ 2*1+2*1 & 2*2+2*2 & 2*3+2*3\\ 3*1+3*1 & 3*2+3*2 & 3*3+3*3\end{pmatrix}$$

Find den transponerede matrix

- A' betyder at man har transponeret matricen A og dermed byttet rundt på rækker og søjler i matricen. Dermed bliver A-matricen som eksempelvis kunne være en 3x2 matrice en 2x3 matrice.

- Man transponerer ved at tænke at når man læser en række fra venstre imod højre, skal denne række i den transponerede matrix stadig være i samme rækkefølge men oppe fra og ned. Dermed bliver første

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 5 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 5 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 * 0 + (-4) * 1 + 5 * 2 \\ -1 * 0 + (-1) * 1 + 2 * 2 \\ 2 * 0 + 3 * 1 + (-4) * 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 4 + 10 \\ 0 - 1 + 4 \\ 0 + 3 - 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

- Konkluder at løsningsvektoren til ligningssystemet er:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Beregn A^{-1} (2x2)

Vi har kun lært at udregne den inverse til en 2x2 matrix, så derfor bliver du aldrig bedt om at gøre det for en 3x3 matrix.

- Udregn determinanten. Denne skal være forskellig fra nul, da det først er her at den inverse eksisterer med andre ord matrixen er invertibel/ikke-singulær/har en unik løsning.

- $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ = $M^{-1} = \frac{1}{|M|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, såfremt $|M| \neq 0$.

    - Eksempel:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$|A| = 2 * 3 - (-1) * (-4) = 6 - 4 = 2 \neq 0$$

$$A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & -(-4) \\ -(-1) & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Løs ligningssystemet ved hjælp af matrixalgebra (2x2)

For at løse et ligningssystem ved brug af matrixalgebra skal du kende den inverse matrix. Hvis der er tale om 2x2 matrix kan du udregne den, hvis ikke skal den være opgivet da vi ikke har lært at udregne den inverse for matricer af højere orden.

- Opskriv ligningssystemet på matrixform $Ax = b$
    - Konstanterne på højresiden og de ubekendte på venstresiden
    - X-værdierne i rækkefølge
- Udregn determinanten - hvis ikke dette er gjort før eller den inverse er opgivet.
- Udregn den inverse matrix. Dette gøres for en 2x2 matrix, således:
    - $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ = $M^{-1} = \frac{1}{|M|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, såfremt $|M| \neq 0$.
- Løs ligningssystemet ved hjælp af formlen: $x = A^{-1} * b$

$$h'(y) = 8y * \ln(y) + \frac{4y^2}{y}$$
$$h'(y) = 8y * \ln(y) + 4y$$

Differentiation af funktion med to variabler

- Man skal tænke den variable man ikke differentiere i forhold til som én konstant.
- Der kan stadig være behov for at bruge regnereglerne, når man differentierer i forhold til to variabler.
- Eksempel:

$$\boldsymbol{f(x,y) = \frac{x^3}{e^y} + \ln(y)\,, y > 0}$$

Her bruger jeg kædereglen for at differentiere $\frac{3x^2}{e^y}$ hvor den ydre er $\frac{1}{x}$ og den indre er e^y

$$f'_x(x,y) = \frac{3x^2}{e^y}$$

$$f''_{xx}(x,y) = \frac{6x}{e^y}$$

$$f''_{xy}(x,y) = \frac{3x^2}{-(e^y)^2}e^y$$

$$f'_y(x,y) = \frac{x^3}{-(e^y)^2}e^y + \frac{1}{y} = -\frac{x^3e^y}{(e^y)^2} + \frac{1}{y} = -\frac{x^3}{e^y} + \frac{1}{y}$$

$$f''_{yx}(x,y) = \frac{3x^2}{-(e^y)^2}e^y$$

Bruger kædereglen for at differentierer $\frac{x^3}{e^y}$ hvor den ydre er $\frac{1}{x}$, da x er en konstant, og hvor den indre er e^y. $\frac{1}{y}$ er en af standartfunktionerne blot med y i stedet for x som den ubekendte.

$$f''_{yy}(x,y) = -\left(-\frac{x^3}{(e^y)^2}e^y\right) + \frac{1}{-y^2}$$

$$= \frac{x^3}{(e^y)^2}e^y - \frac{1}{y^2}$$

$$= \frac{x^3}{e^y} - \frac{1}{y^2}$$